Physik I Ergänzung: 1. Vorlesung 4. 11. 2005

Notiztitel 01.11.2005

Inhalt:

- Begrüßung
- Einordnung: Experiment – Theorie
  spez. Gesetze – allgem. Prinzipien
- Ziele der Vorlesung:
  - verifizierte Grundlage
  - Lernen von Arbeitsweisen
  - Freude + Begeisterung
  - Entscheidung über Berufsweg

  nötig: voller Einsatz!

Sprache lernen: „involutorischer Semiautomorphismus"

- Inhalt:
  - Mechanik-Einführung
  - nicht: Zwangsbedingungen
    d'Alembertsches Prinzip
    Lagrange-Gleichungen
    Hamilton-Gleichungen
    Quantenmechanik
  - Vorschau: spezielle Relativitätstheorie
- Nebenqualifikationen:
  - Englisch (Surely you're joking)
  - Mathematik/Informatik
  - Programmieren
  - Prioritäten setzen
  - Professoren kennenlernen
  - Vorträge anhören/Artikel lesen

- Veranstaltungshinweise:
  - Universität im Rathaus
  - Albert Einstein-Krankheit
  - Geschwister: Schüleruni
- Back-of-an-envelope calculation: Gravitationsanziehung zwischen Menschen
- Mathematik (Vorschau auch für folgende Stunden):
  - Vektoren
  - lin. Abbildung, Basis, Koordinatenabbildung
  - Matrix: Skalarprodukt, Norm, Abstand
  - höherdim. Ableitung / Taylor-Entw.
  - Determinante: Volumenänderung bei linearer Abb.
  - Koordinatensysteme + Jacobi-Determinante

Back-of-an-envelope calculation: Berechnung der Gravitationsanziehung zwischen Menschen

Aufgabe: In der S-Bahn sitzen Sie Ihrem Freund/Freundin gegenüber und werden von ihm/ihr gefragt: Wie stark ist eigentlich die Gravitationsanziehung zwischen uns beiden?

Parameter: Abstand ca. 1 Meter, Gewicht je 60 kg

Idee: $F = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$ (Approximation: Punktmassen)

Problem: Wert von γ unbekannt (d.h. nicht zur Hand)

Idee: Fallbeschleunigung g an Erdoberfläche

bekannt: $F_G = mg = \gamma \frac{mM}{R^2}$; $g \approx 10 \frac{m}{s^2}$

noch zu bestimmen: Erdradius R, Erdmasse M

ursprüngliche
Def. Meter: Erdumfang ist 40 000 km

$$\Rightarrow \quad R = \frac{4 \cdot 10^7}{2\pi} \approx 6{,}3 \cdot 10^6 \, m$$

$$\Rightarrow \quad V_{Erde} \overset{(*)}{=} \frac{4}{3}\pi R^3 \approx 4 \cdot (6{,}3)^3 \cdot 10^{18} \, m^3$$

$$\approx 4 \cdot 250 \cdot 10^{18} \, m^3$$

$$= 10^{21} \, m^3$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \cdot 18 \\ \hline 216 \end{array}$$

Annahme: Erde im Mittel 6 Mal so dicht wie Wasser

$$\Rightarrow M_{Erde} \approx \frac{6\,kg}{l} \cdot 10^{21}\,m^3$$

$$= 6 \cdot 10^{24}\,kg$$

korrekt: $M_{Erde} = 5{,}98 \cdot 10^{24}\,kg$

$$\Rightarrow \quad \gamma = \frac{g \cdot R^2}{M} \approx 10\,\frac{m}{s^2}\; 40 \cdot 10^{12}\,m^2 \cdot \frac{1}{6 \cdot 10^{24}\,kg}$$

$$\approx 6{,}7 \cdot 10^{1+12-24}\,\frac{m^3}{kg\,s^2}$$

$$= 6{,}7 \cdot 10^{-11}\,m^3/(kg\,s^2)$$

$$\Rightarrow F_{Paar} \approx 6{,}7 \cdot 10^{-11}\,\frac{m^3}{kg^2\,s^2} \cdot \frac{60^2\,kg^2}{1\,m^2}$$

$$\approx 2 \cdot 10^{-7}\,\frac{kg\,m}{s^2} = 2 \cdot 10^{-7}\,N$$

Die gesuchte Anziehungskraft beträgt also ca. $2 \cdot 10^{-7}\,N$. Dies entspricht genau der Kraft/Meter zwischen 2 unendlich langen Leitern, in denen je Ströme von 1 Ampere fließen (Def. Ampere).

1. Mathematik

1.1 Vektoren

Vektor Element eines Vektorraums
Definition von Vektorraum modular über die Begriffe Gruppe und Körper

Def. Gruppe Eine Menge $G \neq \emptyset$ heisst eine Gruppe, wenn in G eine Verknüpfung

$$G \times G \to G : (a,b) \mapsto a \circ b = ab$$

definiert ist mit den Eigenschaften:

(i) Assoziativgesetz: $(ab)c = a(bc) \quad \forall a,b,c \in G$

(ii) Existenz eines neutralen Elements:

$$\exists\, e \in G \text{ mit } \quad ea = ae = a \quad \forall a \in G$$

(iii) Existenz von inversen Elementen:

$$\forall a \in G \quad \exists_1\, a^{-1} \in G \ni \quad aa^{-1} = a^{-1}a = e$$

Eine Gruppe heisst abelsche Gruppe, falls das Kommutativgesetz gilt: $ab = ba \quad \forall a,b \in G$

Definition Körper Eine Menge K mit wenigstens 2 Elementen heisst ein Körper, wenn in K 2 Verknüpfungen

$$K \times K \to K : (x,y) \mapsto x+y$$
$$K \times K \to K : (x,y) \longmapsto x \cdot y = xy$$

definiert sind mit folgenden Eigenschaften:

(i) K ist abelsche Gruppe bzgl $+$ mit neutralem Element 0

(ii) K ist abelsche Gruppe bzgl $\cdot$ mit neutralem Element 1

(iii) Es gilt das Distributivgesetz:

$$x(y+z) = xy + xz \quad \forall x, y, z \in K$$

Beispiele für Gruppen:

1. $(\{0\}, \circ)$ $\qquad 0 \circ 0 \mapsto 0$
2. $(\mathbb{Z} = \{0, 1, -1, 2, -2, \dots\}, +)$
3. $\mathbb{Z}/N\mathbb{Z} = \{0, 1, \dots, N-1\}$, $\quad a \circ b = a + b \pmod N$
4. jeder Körper
5. $N \times N$ Matrizen, $(a \circ b)_{ij} = \sum_k a_{ik} b_{kj}$

Beispiele 1-4 sind abelsch, 5 i.a. nicht

Beispiele für Körper: $(\{0,1\}, +, \cdot)$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$

(in Vorlesung noch Verknüpfungstafeln, auch für Körper mit 3 Elementen)