Physik I Ergänzung – 3. Vorlesung 18.11.2005

Notiztitel 17.11.2005

Version: 06.12.05

Inhalt:

- Inertialsysteme (Wdh)
  Invarianzen: Homogenität der Zeit
  Homogenität des Raumes
  Isotropie des Raumes
- Galilei-Transformationen:
  Rotation + Spiegelung, Translation, Relativgeschwindigkeit
  Absolute Zeit
- Newtons Axiome (Wdh)
- Flaschenzug
- Reibung: statistisches Problem
- Senkrechter Fall gegen Luftwiderstand
- Nachtrag: Concept test

Nachtrag 1: Concept test

Aufzug, 1600 kg, bremst von
$12\frac{m}{s}$ in 42 m zum Stillstand.

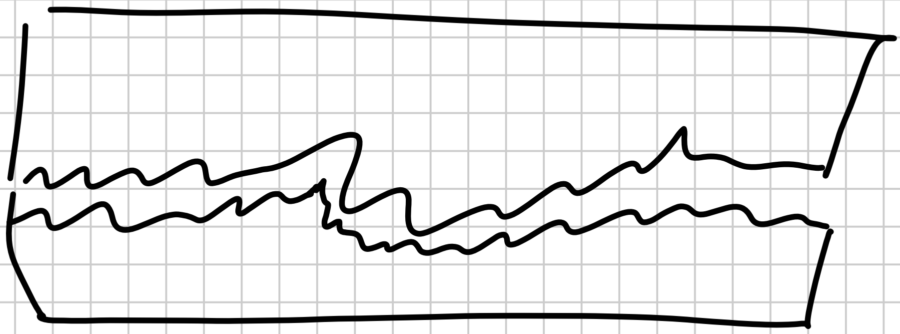
Frage: Zugkraft auf Seil?

Nachtrag 2: Reibung

$f_s \leq \mu_s \cdot N$ Haftreibung

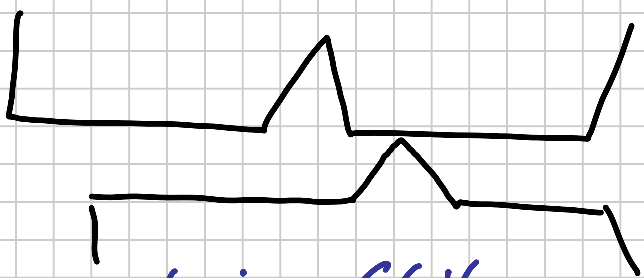
$f_t = \mu_t \cdot N$ Gleitreibung

Tribologie (Lehre der Reibung): noch weitgehend empirische Wissenschaft. Offensichtlich statistische Betrachtung:



Verzahnung, lokale Verformungen, Sprünge etc.

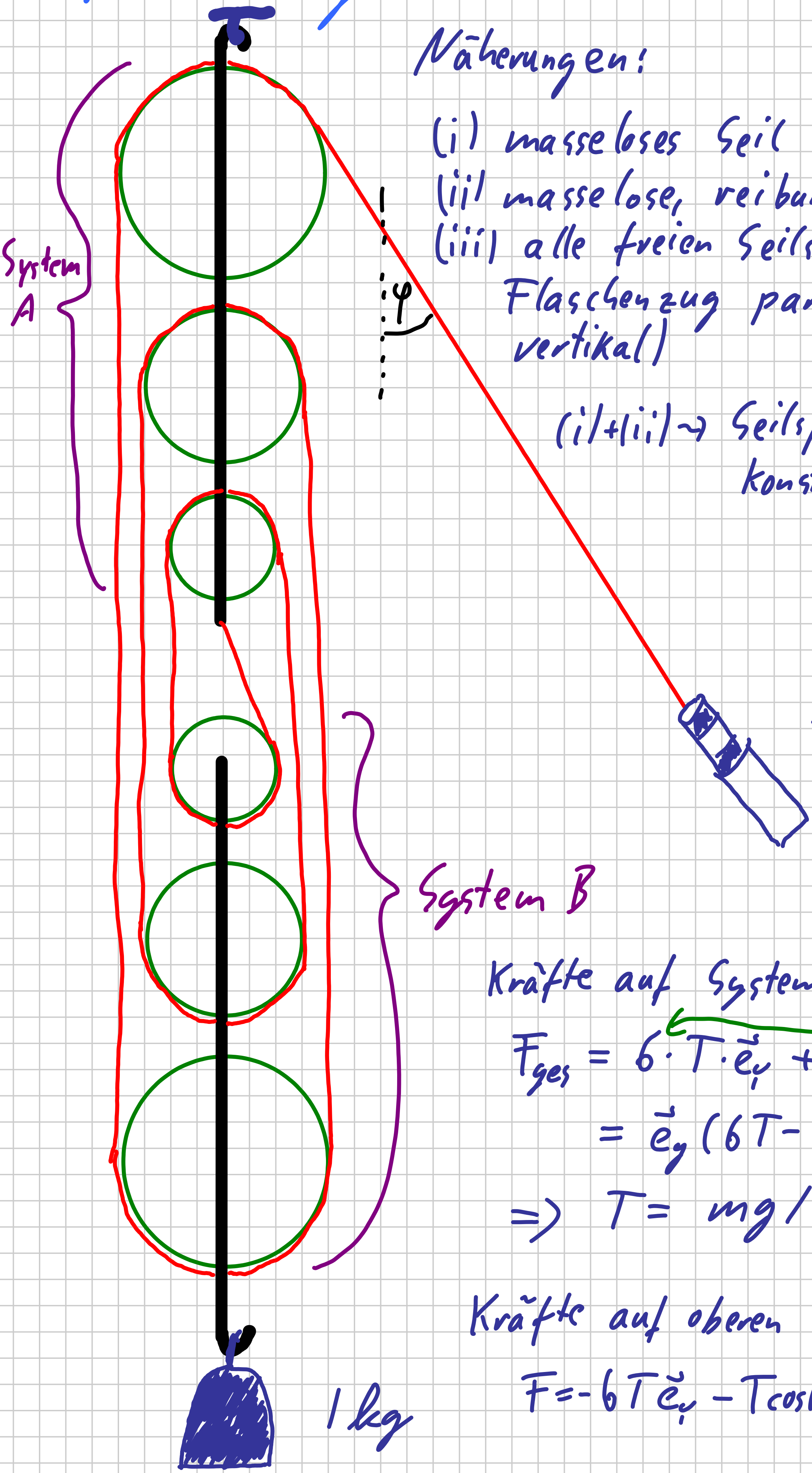
fest verhakt



freies Gleiten

Folgerung: Abweichungen von einfachen Formeln nicht erstaunlich. (Quietschen von Bremsen!)

Flaschenzug



Näherungen:

(i) masseloses Seil
(ii) masselose, reibungsfreie Rollen
(iii) alle freien Seilstrecken im Flaschenzug parallel (und vertikal)

(i)+(ii) ⇝ Seilspannung T konstant

Kräfte auf System B:

$$F_{ges} = \underbrace{6}_{\#\text{Seilverbindungen zwischen Blöcken}} \cdot T \cdot \vec{e}_y + m\vec{g}$$

$$= \vec{e}_y\,(6T - mg) \overset{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow \quad T = mg/6 \approx 1.7\,N$$

Kräfte auf oberen Haken:

$$F = -6T\vec{e}_y - T\cos(\varphi)\vec{e}_y + T\sin(\varphi)\vec{e}_x$$

Relativitätsprinzip, Inertialsysteme, Newton'sche Axiome

Grundlegendes Postulat der modernen Physik: Die unbelebte Natur gehorcht einfachen, universellen Gesetzen

Früheres Weltbild:

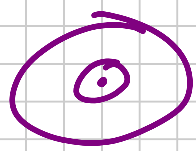
Natürlicher Zustand von Körpern ist der der Ruhe.

Schwerkraft ist das Bestreben aller Körper, zum Weltmittelpunkt, der Erde, zu gelangen.

konsistent: Weltmittelpunkt (Ursprung der Schwerkraft) ist auch Bezugspunkt für Geschwindigkeit. Auch Erklärung für Reibung.

Aber Widerspruch zu Beobachtungen:

- Stein fällt auf fahrendem Schiff parallel zum Schiffsmast und bleibt nicht zurück.
- Planetenbahnen sind im geozentrischen Weltbild sehr kompliziert.



Beobachtung von Kopernikus: Planetenbahnen sind im heliozentrischen Weltbild viel einfacher zu beschreiben – 1. Schritt zu relativistischer Weltsicht:

Relativität des Ortes: Physik auf Erdoberfläche auch im Bezugssystem der Sonne zu erklären.

Aber: Hohe Geschwindigkeit der Erdbahn im Bezugssystem der Sonne ($30 \frac{km}{s}$) $\Rightarrow$ Relativität der Geschwindigkeiten

Abstraktere Definition Inertialsystem: In einem Inertialsystem sind alle Orte und Richtungen gleichwertig, d.h. man fordert Homogenität und Isotropie des Raumes.

Relativität der Geschwindigkeit: Jedes relativ zu einem Inertialsystem gleichförmig bewegte Bezugssystem ist auch Inertialsystem. In allen Inertialsystemen gelten die gleichen physikalischen Gesetze.

Folgerungen: Homogenität, Isotropie $\rightsquigarrow$ Ruhender kräftefreier Körper bleibt in Ruhe $\xrightarrow{\text{Rel. } \vec{v}}$ Ohne äußere Kräfte verharrt ein Körper in Ruhe oder gleichf. Bewegung

(1. Newton'sches Axiom)

Nochmal Relativitätsprinzip: Die Dynamik von abgeschlossenen Systemen hängt nur von relativen Abständen und Geschwindigkeiten sowie nicht vom Zeitnullpunkt ab (Voraussetzung: absolute Zeit, absoluter Raum).

Newtons Axiome:

I Ein Körper verharrt im Zustand der Ruhe oder gleichförmigen Bewegung, wenn keine Kräfte auf ihn einwirken.

II Die Beschleunigung (Änderung der Bewegung) ist proportional zur Kraft und in der gleichen Richtung:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

III Zu jeder Kraft gibt es eine Gegenkraft: die Kräfte zwischen 2 Körpern sind vom Betrag gleich und wirken in entgegengesetzte Richtungen.

Charakterisierung der trägen Masse:

- extensive Stoffeigenschaft:

- kann von der im Bezugssystem gemessenen Geschwindigkeit abhängen (spez. Relativitätstheorie)
- Erstaunlich: $m_{träge} = m_{grav}$ (→ allg. Relativitätstheorie)

Senkrechter Fall gegen Luftwiderstand

allgemeine Beziehung: $m\vec{a} = \vec{F}_g - \frac{1}{2}\rho c A v^2 \hat{v}$

Kopplung aller $\vec{v}$-Komp.!

Senkrechter Fall/Wurf: $ma(t) = -mg \mp \frac{1}{2}\rho C A v^2(t)$

hier: Loslassen eines Körpers mit $\vec{v}(0) = 0$

$\Rightarrow \quad \vec{v}(t) = v(t)\,\vec{e}_y$ mit $v(t) < 0$

Frage/Aufgabe: Berechne $x(t), v(t), a(t)$!

Strategie: 1. $v(t)$ zuerst berechnen

2. Grenzgeschwindigkeit? $0 \overset{!}{=} m a(t) = -mg + \frac{1}{2}\rho C A v_T^2$

$$v_T = \sqrt{\frac{2mg}{\rho C A}}$$

3. Einheiten eliminieren:

$$m a(t) = -mg + \frac{1}{\cancel{2}}\cancel{\rho C A}\left(\frac{v(t)}{v_T}\right)^2 \frac{\cancel{2}mg}{\cancel{\rho C A}}$$

$$\cancel{m} a(t) = \cancel{m} g\left(\left(\frac{v(t)}{v_T}\right)^2 - 1\right)$$

$$\frac{dv(t)}{dt} = g\left(\left(\frac{v(t)}{v_T}\right)^2 - 1\right)$$

$$\frac{dv(t)}{\left(\frac{v(t)}{v_T}\right)^2 - 1} = g\,dt$$

$x = \frac{v(t)}{v_T}$

$dx = dv(t)/v_T$

$$\frac{dx}{x^2 - 1} = \frac{g}{v_T}\,dt$$

$$\int_0^x \frac{dx'}{x'^2-1} = \int_0^t \frac{g}{v_t}\,dt' = \frac{gt}{v_t}$$

$$\frac{1}{x^2-1} = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}\right]$$

$\log(1) = 0$

$$\frac{1}{2}\left[\log|x'-1| - \log|x'+1|\right]_0^x = \frac{gt}{v_t}$$

$$\log\frac{|x-1|}{|x+1|} = \frac{2gt}{v_t}$$

$$\overset{\parallel}{\log\frac{1-x}{1+x}}$$

Vorzeichen: $-1 < x \leq 0 \Rightarrow \begin{matrix} x-1<0 \\ x+1>0 \end{matrix}$

$$\Rightarrow \quad \frac{1-x}{\cancel{1+x}} = e^{\frac{2gt}{v_t}}(1+x)$$

$$x\left(e^{2gt/v_t}+1\right) = 1-e^{2gt/v_t}$$

$$\frac{v(t)}{v_t} = x(t) = \frac{1-\exp\left(\frac{2gt}{v_t}\right)}{1+\exp\left(\frac{2gt}{v_t}\right)}$$

$$= \frac{\exp\left(-\frac{gt}{v_t}\right)-\exp\left(\frac{gt}{v_t}\right)}{\exp\left(-\frac{gt}{v_t}\right)+\exp\left(\frac{gt}{v_t}\right)}$$

$$= -\tanh\left(\frac{gt}{v_t}\right)$$

$$\Rightarrow \quad v(t) = -v_t \tanh\left(\frac{gt}{v_t}\right)$$

4. $x(t)$? $\quad x(t) = \cancel{x_0} + \int_0^t v(t')\,dt' = -\left[\frac{v_t^2}{g}\ln\left(\cosh\left(\frac{gt}{v_t}\right)\right)\right]_0^t$

$$= -\frac{v_t^2}{g}\ln\left[\cosh\left(\frac{gt}{v_t}\right)\right]$$

$$a(t) = g\left[\left(\frac{v(t)}{v_t}\right)^2-1\right] = g\left[\tanh^2\left(\frac{gt}{v_t}\right)-1\right]$$