

Poynting-Vektor-Paradoxon

Brechung: Huygensches Prinzip (Java) + CT

Zirkulare Polarisation, $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen (Otten, S. 654 ff)
Polfilter in Fotografie

Hohlraumresonatoren, Hohl/Wellenleiter (Otten S. 626 ff)
Gruppen/Phasengeschwindigkeit

Poynting-Vektor endlich für konstantes Feld:

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{\nabla}_E \cdot (\vec{E} \times \vec{B}) + \frac{1}{\mu} \vec{\nabla}_B \cdot (\vec{E} \times \vec{B})$$

$$= \frac{1}{\mu_0} \vec{B} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{E}) - \frac{1}{\mu} \vec{E} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{B})$$

Vakuum $\vec{\nabla} \cdot \vec{S} \equiv -\frac{1}{\mu_0} \vec{B} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \frac{1}{\mu} \vec{E} \cdot \left(\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$

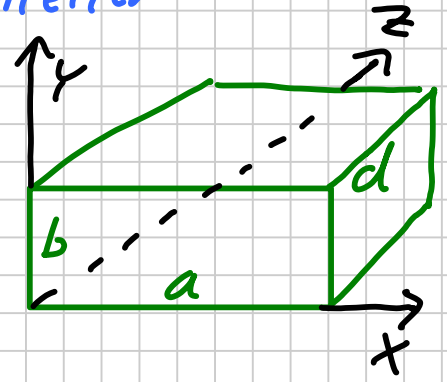
$$= -\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2\mu_0} B^2 + \frac{\epsilon_0}{2} E^2 \right) = 0 \text{ im konst. Fall}$$

allg: $\vec{\nabla} \cdot \vec{S} + \frac{\partial u}{\partial t} = -\vec{j} \cdot \vec{E}$

Hohlraumresonatoren, Hohl-/Wellenleiter

(i) Betrachte quaderförmigen Hohlraum:

Welche elektromagnetischen Wellen sind möglich? Betrachte Eigenmoden



$$E_{mn}^x(\vec{r}, t) = \sin(k_y y) \sin(k_z z) \sin(\omega t)$$

erfüllt Randbedingungen $E^x = 0$ für $y=0$ und $z=0$

zusätzlich nötig: $E^x = 0$ für $y=b \Rightarrow k_y b = m\pi$

$E^x = 0$ für $z=d \Rightarrow k_z d = n\pi$

$$\Rightarrow E_{mn}^x(\vec{r}, t) = a_{mn} \sin\left(\frac{m\pi y}{b}\right) \sin\left(\frac{n\pi z}{d}\right) \sin(\omega t)$$

Bestimmung von ω ?

Wellengleichung $\frac{\partial^2 E^x}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 E^x$

$$\Rightarrow \left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} - c^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \right] E_{mn}^x(\vec{r}, t) = 0$$

$$\left[-\omega^2 + c^2 \left(\frac{m^2 \pi^2}{b^2} + \frac{n^2 \pi^2}{d^2} \right) \right] E_{mn}^x(\vec{r}, t) = 0$$

$$\Rightarrow \omega = \pi c \sqrt{\frac{m^2}{b^2} + \frac{n^2}{d^2}} \quad m, n \in \mathbb{N}$$

(ii) Betrachte nun Hohlleiter mit rechteckigem Querschnitt



Eigenmoden $E_{m,k}^x(\vec{r}, t) = a_{m,k} \sin\left(\frac{m\pi y}{b}\right) \sin(kz - \omega t)$

$$\omega = c \sqrt{\frac{m^2 \pi^2}{b^2} + k^2} \quad ; \quad k = k_z$$

$$c_{\text{phase}} = \frac{\omega}{k} = c \sqrt{1 + \left(\frac{\pi m}{a k}\right)^2} > c$$

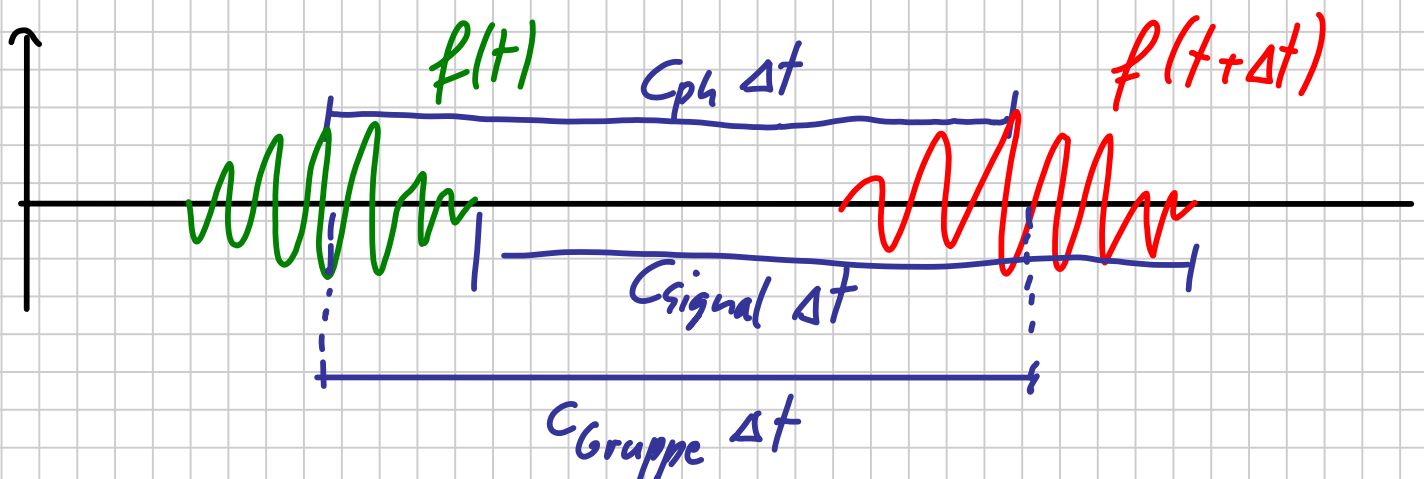
$$c_{\text{Gruppe}} = \frac{d\omega}{dk} = c \frac{k}{\sqrt{\left(\frac{\pi m}{a}\right)^2 + k^2}} = \frac{c^2}{c_{\text{phase}}} < c$$

analog: $\vec{E}_{e,a}(\vec{r}, t) = b_{e,a} \sin\left(\frac{e\pi x}{a}\right) \sin(kz - \omega t)$

Phasen- (und Gruppen-) Geschwindigkeit hängt immer von Wellenlänge (und Mode) ab, für $a \neq b$ auch von der Polarisation!

(cf. Otten Kap. 26.7)

Phasen-, Gruppen- und Signalgeschwindigkeit:



Phasengeschwindigkeit: Wellenberge

Gruppen " : Schwerpunkt eines Wellenpakets

Signal " : Beginn " "

(cf. Otten, Kap. 12.7)