

- Inhalt
- Nachtrag: CT zu Widerstands/Batterie-Netzwerk (HR Fig 28-18)
 - Dipol-Dipol-Wechselwirkung
 - induzierter Dipol, Lennard-Jones-WW (→ van-der Waals-Gleichung)
 - Drude-Theorie des Widerstands
 - Exkurs: elementare Festkörperphysik
 - Halbleiter
 - Supraleiter

Dipol-Dipol-Wechselwirkung

3. Erg.-Vorlesung: Feld eines im Ursprung befindlichen Dipols \vec{p} am Ort \vec{r} :
$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3(\hat{r} \cdot \vec{p})\hat{r} - \vec{p}}{r^3}$$

Andererseits:

Energie eines Dipols im äußeren Feld: $U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$

(außerdem: Drehmoment $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$
Kraft $\vec{F} = (\vec{p} \cdot \nabla) \vec{E}$)

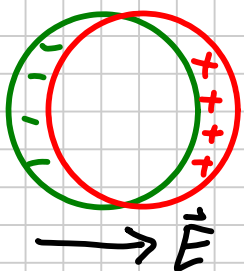
⇒ Wechselwirkungsenergie zwischen Dipolen \vec{p}_1 und \vec{p}_2 mit Relativposition $\vec{r}_{12} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ ist

$$U(\vec{r}_{12}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2 - 3(\hat{r}_{12} \cdot \vec{p}_1)(\hat{r}_{12} \cdot \vec{p}_2)}{r_{12}^3} \propto \frac{1}{r_{12}^3}$$

Kraft auf Dipol 2: $\vec{F}_2 = -\nabla_{\vec{r}_{12}} U(\vec{r}_{12}) \propto \frac{1}{r_{12}^4}$

Induzierter Dipol

Viele Objekte (z. B. Metallkugeln, Atome, Moleküle) werden im E-Feld polarisiert: es wird ein Dipolmoment induziert, das bei nicht zu starkem Feld diesem proportional ist: $\vec{p}_{\text{ind}} = \alpha \vec{E}$



⇒ Dipol-ind. Dipol-Wechselwirkung

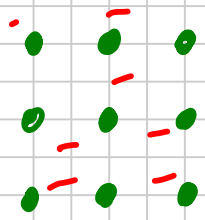
$$U = -\alpha E^2 \propto \frac{1}{r_{12}^6}$$

Diese Asymptotik wird im Lennard-Jones-Potential auch zwischen induzierten Dipolen (von Edelgas-Atomen) angenommen:

$$U(r) = 4\epsilon \left[\left(\frac{r_0}{r} \right)^{12} - \left(\frac{r_0}{r} \right)^6 \right]$$

(\leadsto Van-der-Waals-Gleichung)

Drude-Modell des elektrischen Widerstands



(i) Näherung unabhängiger Elektronen:
keine e-e-Wechselwirkung

(ii) Näherung freier Elektronen (zwischen Stößen): keine e-ion-WW

(iii) Relaxationszeit-Näherung: Elektronen erleiden Stöße nach mittlerer Zeit τ ; nach jedem Stoß ist die Richtung zufällig (thermische Geschwindigkeitsver.)

Zwischen Stößen: freie Beschleunigung im E-Feld:

$$\vec{a}_i = \frac{\vec{F}_i}{m} = -\frac{e\vec{E}}{m} \quad (\text{für Elektron } i)$$

$$\vec{v}_i(t) = \vec{v}_i(0) - \frac{e\vec{E}}{m} t; \quad (t: \text{Zeit seit letztem Stoß})$$

$$\langle \vec{v} \rangle = \langle \vec{v}_i(0) \rangle - \frac{e\vec{E}}{m} \langle t_i \rangle$$

~~$\langle \vec{v}_i(0) \rangle$~~
 $= 0$

Im Mittel war letzter Stoß vor Zeit τ :

$$\vec{v}_d \equiv \langle \vec{v} \rangle = -\frac{e\vec{E}}{m} \tau$$

Andererseits: $\vec{j} = -ne\vec{v}_d$

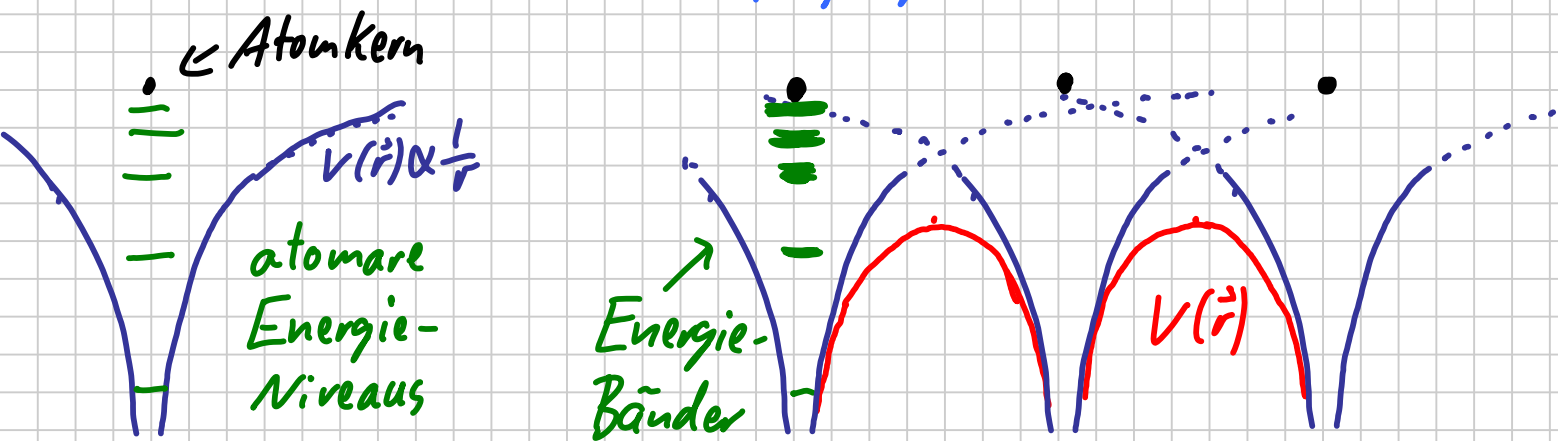
$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{m}{ne^2\tau} \vec{j} \Rightarrow \rho = \frac{m}{ne^2\tau}$$

Probleme: a) Wieso $\rho \xrightarrow{T \rightarrow 0} 0$ für Metalle?
(wieso keine Stöße mehr?)

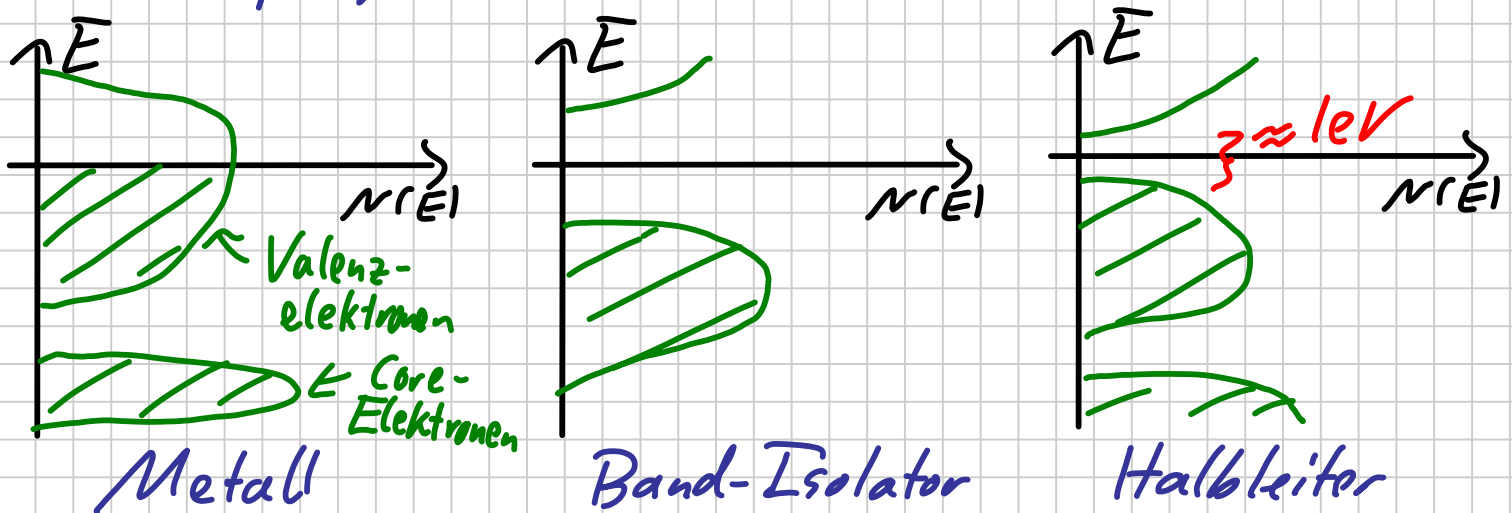
- b) Wodurch zeichnen sich die Valenzelektronen (mit Dichte n) aus?
- c) Wieso gibt es Isolatoren?
- d) Natur der Stöße? — nicht e-Ion-Billard!
- e) Coulomb-Wechselwirkungen (e-e, e-Ion) sind langreichweitig!

Trotzdem: nichttriviale Vorhersagen (z.B. $\sigma(\omega)$)!

Exkurs: elementare Festkörperphysik

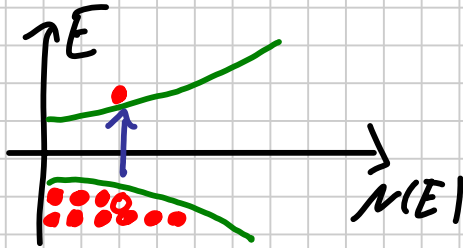


- Pauli-Prinzip: jeder Zustand kann (pro Atom und Spin) nur einfach besetzt werden — von unten nach oben.
- Nur Elektronen in teilweise gefüllten Bändern tragen zur Leitfähigkeit bei.



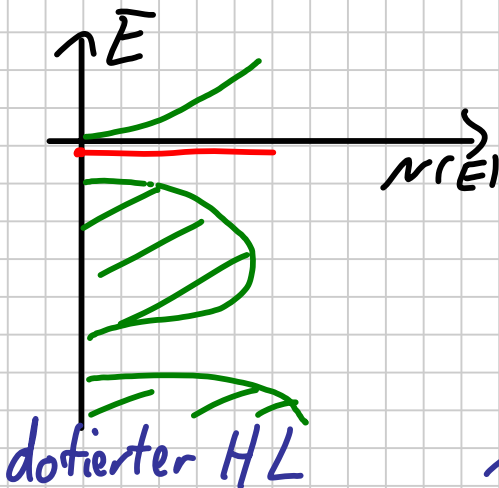
Halbleiter

Halbleiter sind bei tiefen Temperaturen Isolatoren, jedoch ist ihre Bandlücke so klein, dass bei erreichbaren Temperaturen (z.B. 1000 K) ein makroskopischer Anteil der Elektronen in das Leitungsband angeregt werden können.



Damit entstehen in beiden Bändern Ladungsträger (Elektronen + Löcher), die zur Leitfähigkeit beitragen

$$\Rightarrow \frac{d\rho}{dT} < 0$$



Spezialfall: dotierter Halbleiter

durch Dotieren mit einem kleinen Anteil an Fremdatomen entstehen Zustände in der Bandlücke

(lokalisierte)

→ sehr viel kleinere neue Bandlücke

Supraleiter

Elektronen paaren sich; diese Paare stoßen nicht mehr mit dem Gitter ($\tau = \infty$): $\rho = 0$

außerdem: Meissner-Effekt: Magnetfeld wird ausgestoßen (perfekter Diamagnetismus)